

98 年大學甄選入學第二階段 指定項目甄試 內容與建議單

甄選學校	清華大學					甄選學系	數學系(純數組)	學生		
學測分數	國	英	數	社	自	總	篩選科目 (篩選倍率)	學測 比重	<input type="checkbox"/> 學校推薦 <input checked="" type="checkbox"/> 個人申請	<input type="checkbox"/> 正取 <input type="checkbox"/> 備取__名 <input type="checkbox"/> 未錄取
	14	13	13	12	14	66	英、自×10(均標) 數×5(頂標)		採計科目加權	
甄選方式與過程	<input type="checkbox"/> 面試佔(%) 一、形式：(教授：學生)人數=(：)，方式：_____									
	二、題目：									
	<input checked="" type="checkbox"/> 筆試佔(100%) (如附件)									
	<input type="checkbox"/> 小論文佔(%) <input type="checkbox"/> 其他佔(%)									
心得與建議	◎備審資料製作或修改建議：									
	◎整體部分： 題目很難，你完全不會的，大家應該也不會。 時間很趕，挑會的寫！！(證明題多，要發揮想像力)									
E-mail								手機		

提醒的話：1. 請同學詳細填寫，這樣老師較好做統整，學弟妹也較清楚你提供的意見，謝謝！

2. 甄選學校、科系請填全名。

3. 篩選倍率、加權科目請確實填寫。

4. 甄選的百分比加起來要剛好100%。 5. 書寫不夠請續寫背面。

6. 可上校網 <http://163.20.152.6/>「高中升學資料區」下載本表格，以電子檔郵寄至 leader53@ypmail.yphs.tpc.edu.tw 信箱。

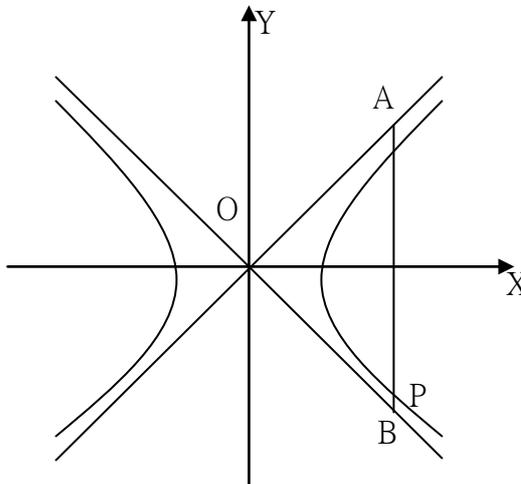
<附件一> 清大數學系 純數組 筆試(一) (80min)

1. $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ，任取三個相異數，乘積為 10 的倍數之機率？

2. 如右圖，過雙曲線 $x^2/a-y^2/b=1$ 上點 P 之直線，交兩漸近線於點 A (x_1, y_1) ，B (x_2, y_2) 且 $\overline{AD}=3\overline{PB}$

(a) 試證 x_1, x_2 為定值。

(b) 求 $\triangle OAB$ 之面積。



3. 試繪 $\log_{(x+y)} \sqrt{1-x^2} > \log_{(x+y)} y$ 之所有解集合，並求其面積？

4. $f(x)=x^2-10x+8$ 之兩根為 α, β

(a) 求 $\alpha^2+\beta^2, \alpha^3+\beta^3$ 之值

(b) 證明 $2^{2009} \mid \alpha^{2009} + \beta^{2009}$

$$5. \begin{cases} a_{11}X_1+a_{12}X_2+a_{13}X_3=b_1 \\ a_{21}X_1+a_{22}X_2+a_{23}X_3=b_2 \\ a_{31}X_1+a_{32}X_2+a_{33}X_3=b_3 \end{cases}$$

若 $(b_1, b_2, b_3)=(4, 5, 6)$ ，則

$(x_1, x_2, x_3)=(1, -1, 1)$ ；

若 $(b_1, b_2, b_3)=(3, 9, 6)$ ，則 $(x_1, x_2, x_3)=(2, 2, 1)$

求當 $(b_1, b_2, b_3)=(5, 1, 6)$ ， (x_1, x_2, x_3) 之值

6. 一四面體 ABCP，底為一正 $\triangle ABC$ ，其餘三面為等腰 \triangle ，設 α 為 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 之夾角， β 為平面

PAB 和平面 PAC 之夾角。

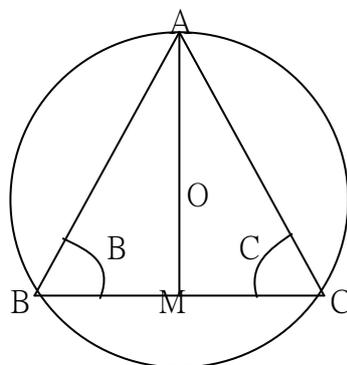
試證： $\cos \beta = \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$

<附件二> 清大數學系 純數組 筆試(二) (80min)

1. 求 $(\sin 2X + 2\sin X)^2$ 之 Max 與發生 Max 之處。

2. 如圖， \overline{AM} 通過圓心 O

試證：
$$\frac{BM}{MC} = \frac{\sin 2C}{\sin 2B}$$



3. 設 $\left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 = 4 \ ; \ y \geq 0 \right\}$ ，求與此半圓內切，且和 x 軸相切之圓的圓心，其軌跡方程式

4. 設 $\langle a_n \rangle$ 之 $a_0=1$ ， $a_1=2$ ，且 $a_{n+1} = \frac{4}{7}a_n + \frac{3}{7}a_{n-1}$

證明 $\langle a_n \rangle$ 收斂且求 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = ?$

5. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ， $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ ，

(a) 試證 $f(x) = 0$ ，必有一實根 $u > 0$

(b) 若 $f(x) = 0$ ，有一複數根 w ， $|w| = ?$

(b 小題可能有誤。)

6. $31 \mid n + 5^n + 98$ ，求 n 之最小值 ($n \in \mathbb{N}$)

6. (a) 袋中有紅球 3 個，白球 5 個。今取球自袋中，取後不放回，紅球先取完之機率。

(b) 袋中有紅球 3 個，白球 5 個，黑球 2 個。自袋中取球，取後不放回，紅球先取完的機率？
(每顆球被抽出的機會均等)